$\boxed{1}$

(A)

(1)

鉛直上向きに mv

解説

装置は静止しているから，物体 W の相対速度＝物体 W の速度＝ v

物体 W の運動量変化と物体 W に与えられた力積が等しいから，

物体 W に与えられた力積＝ $mv - 0 = mv$

(2)

$$\frac{v^2}{2g}$$

解説

$$0^2 - v^2 = 2 \cdot (-g) \cdot h_{\mathrm{A}} \quad \therefore h_{\mathrm{A}} = \frac{v^2}{2g}$$

(B)

(3)

$$\frac{(m+M)g}{2k}$$

解説

物体 W と装置 S に働くばねの弾性力と重力の力のつり合いより，

$$kx_{\mathrm{B}} + kx_{\mathrm{B}} = (m+M)g \quad \therefore x_{\mathrm{B}} = \frac{(m+M)g}{2k}$$

(4)

$$\pi\sqrt{\frac{2M}{k}}$$

解説

装置 S のつり合いの位置からの変位を x，加速度を a とすると，

装置 S の運動方程式は，$Ma = -2kx$ で与えられる。

よって，$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{M}{2k}} = \pi\sqrt{\dfrac{2M}{k}}$

(C)

(5)

$$v_{\mathrm{W}}=\frac{M}{m+M}v\ ,\quad v_{\mathrm{S}}=-\frac{m}{m+M}v$$

解説

静止した状態で飛ばすから，発射直前と直後の運動量が保存される。

よって，$0=mv_{\mathrm{W}}+Mv_{\mathrm{S}}$　・・・①

また，物体 W が飛び出す相対速度は v だから，$v=v_{\mathrm{W}}-v_{\mathrm{S}}$　・・・②

①，②より，$v_{\mathrm{W}}=\dfrac{M}{m+M}v$，$v_{\mathrm{S}}=-\dfrac{m}{m+M}v$

(6)

$$\frac{1}{2g}\left(\frac{M}{m+M}\right)^2-l-\frac{(m+M)g}{2k}$$

解説

$$0-v_{\mathrm{W}}{}^2=2\cdot(-g)(l+x_{\mathrm{B}}+h_{\mathrm{C}})\quad \therefore h_{\mathrm{C}}=\frac{v_{\mathrm{W}}{}^2}{2g}-l-x_{\mathrm{B}}$$

これと $v_{\mathrm{W}}=\dfrac{M}{m+M}v$，$x_{\mathrm{B}}=\dfrac{(m+M)g}{2k}$ より，

$$h_{\mathrm{C}}=\frac{1}{2g}\left(\frac{M}{m+M}\right)^2-l-\frac{(m+M)g}{2k}$$

(7)

(ｉ)

$$2\cdot\frac{1}{2}kx_{\mathrm{C}}{}^2=2\cdot\frac{1}{2}kx_{\mathrm{B}}{}^2+\frac{1}{2}Mv_{\mathrm{S}}{}^2+Mg(x_{\mathrm{C}}-x_{\mathrm{B}})$$

(ⅱ)

$2\cdot\dfrac{1}{2}kx_{\mathrm{C}}{}^2=2\cdot\dfrac{1}{2}kx_{\mathrm{B}}{}^2+\dfrac{1}{2}Mv_{\mathrm{S}}{}^2+Mg(x_{\mathrm{C}}-x_{\mathrm{B}})$ より，

$$2kx_{\mathrm{C}}{}^2-2Mgx_{\mathrm{C}}-\left(2kx_{\mathrm{B}}{}^2+Mv_{\mathrm{S}}{}^2-2Mgx_{\mathrm{B}}\right)=0$$

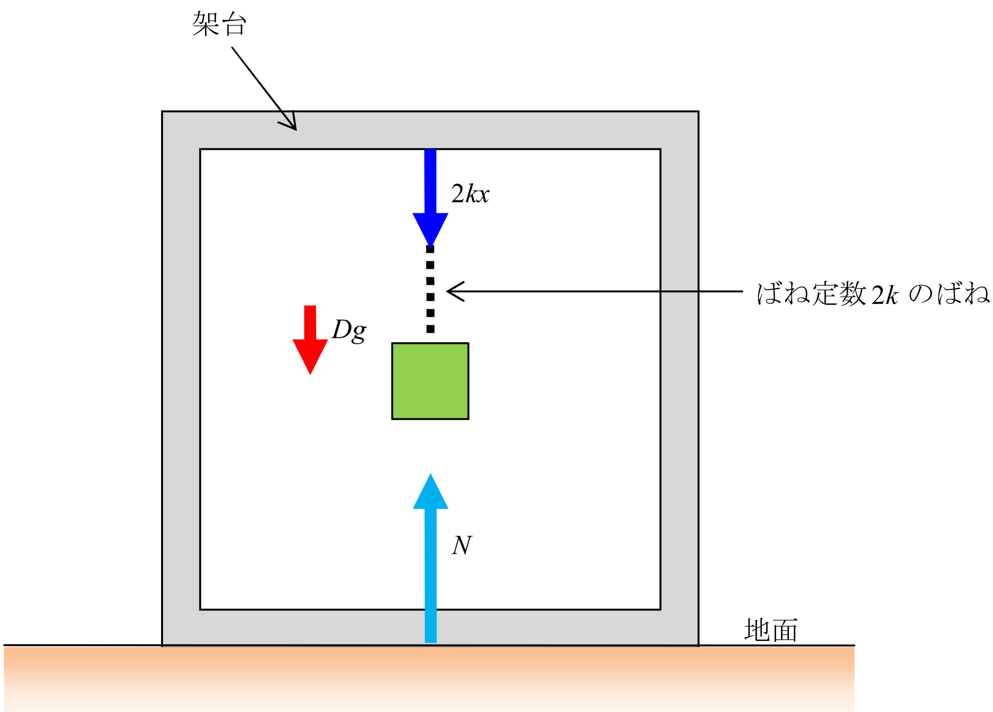
$x_{\mathrm{C}}>0$ より，$x_{\mathrm{C}}=\dfrac{Mg+\sqrt{(Mg)^2+2k\left(2kx_{\mathrm{B}}{}^2+Mv_{\mathrm{S}}{}^2-2Mgx_{\mathrm{B}}\right)}}{2k}$　・・・(答)

(8)

$F_C = Dg + kx_C$

解説

装置は次図のようにデフォルメできる。



架台は静止しているから，架台が地面から受ける垂直抗力を N とすると，
架台に働く力のつり合いの式は， $N = Dg + 2kx$
F_C は N の最大値のことであり，ばねの伸びが最大のとき，
すなわち $x = x_C$ のとき， $N = F_C$ となる。
よって， $F_C = Dg + 2kx_C$

2

(A)

(1)

$$\frac{2kq}{\sqrt{2}d}$$

解説

求める電位をV_{M}，点 $\mathrm{P}(d,d,d)$とすると，$\mathrm{PM}=\sqrt{2}d$ より，$V_{\mathrm{M}}=k\cdot\dfrac{2q}{\mathrm{PM}}=\dfrac{2kq}{\sqrt{2}d}$

(2)

0

解説

電位はエネルギー（単位電荷がもつ電気的位置エネルギー）だから，スカラー量である。

よって，各電位の和をとればよい。

$\mathrm{PM}=\mathrm{PL}=\mathrm{PN}=\sqrt{2}d$，$\mathrm{PM'}=\mathrm{PN'}=\mathrm{PL'}=\sqrt{6}d$

$Q_{\mathrm{M}}=Q_{\mathrm{M'}}=2q$，$Q_{\mathrm{L}}=Q_{\mathrm{L'}}=Q_{\mathrm{N}}=Q_{\mathrm{N'}}=-q$ より，

$$\begin{aligned}V&=V_{\mathrm{M}}+V_{\mathrm{M'}}+V_{\mathrm{L}}+V_{\mathrm{L'}}+V_{\mathrm{N}}+V_{\mathrm{N'}}\\&=\frac{2kq}{\sqrt{2}d}+\frac{2kq}{\sqrt{6}d}+\left(-\frac{kq}{\sqrt{2}d}\right)+\left(-\frac{kq}{\sqrt{6}d}\right)+\left(-\frac{kq}{\sqrt{2}d}\right)+\left(-\frac{kq}{\sqrt{6}d}\right)\\&=0\end{aligned}$$

(B)

(3)

$$-\frac{2qV_0}{a^2}z\Delta z$$

解説

変化量が正の場合は正の増加，すなわち負の減少，

変化量が負の場合は負の増加，すなわち正の減少

よって，

点 P，点 Q における荷電粒子の電気的位置エネルギーをそれぞれU_{P}，U_{Q}とすると，

Δz の 2 次の項が無視できるから，エネルギーの変化量（減少量）は，

$$\begin{aligned}-(U_{\mathrm{Q}}-U_{\mathrm{P}})&=U_{\mathrm{P}}-U_{\mathrm{Q}}\\&=\frac{qV_0}{a^2}\left(z^2-x^2-y^2\right)-\frac{qV_0}{a^2}\left\{(z+\Delta z)^2-x^2-y^2\right\}\\&=-\frac{2qV_0}{a^2}z\Delta z\end{aligned}$$

(4)

$qE_z\Delta z$

解説

電場がする仕事を W_{PQ} とすると，$q\vec{E}=\begin{pmatrix} qE_x \\ qE_y \\ qE_z \end{pmatrix}$，$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \Delta z \end{pmatrix}$ より，$W_{\mathrm{PQ}}=q\vec{E}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PQ}}=qE_z\Delta z$

(5)

$E_z=-\dfrac{2V_0}{a^2}z$

解説

位置エネルギー変化が負の場合を正とするから，

$W_{\mathrm{PQ}}>0$ のとき，エネルギー変化は負，$W_{\mathrm{PQ}}<0$ のとき，エネルギー変化は正，

よって，$W_{\mathrm{PQ}}=-(U_{\mathrm{Q}}-U_{\mathrm{P}})$ $\quad\therefore qE_z\Delta z=-\dfrac{2qV_0}{a^2}z\Delta z$ $\quad\therefore E_z=-\dfrac{2V_0}{a^2}z$

(6)

$\dfrac{2qV_0}{a^2}x\Delta x$

解説

(3)と同様に，

$$\begin{aligned}-(U_{\mathrm{R}}-U_{\mathrm{P}})&=U_{\mathrm{P}}-U_{\mathrm{R}}\\&=\frac{qV_0}{a^2}\left(z^2-x^2-y^2\right)-\frac{qV_0}{a^2}\left\{z^2-(x+\Delta x)^2-y^2\right\}\\&=\frac{2qV_0}{a^2}x\Delta x\end{aligned}$$

(7)

$E_x=-\dfrac{2V_0}{a^2}x$

解説

電場がする仕事を W_{PR} とすると，$q\vec{E}=\begin{pmatrix} qE_x \\ qE_y \\ qE_z \end{pmatrix}$，$\overrightarrow{\mathrm{PR}}=\begin{pmatrix} \Delta x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ より，$W_{\mathrm{PR}}=q\vec{E}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PR}}=qE_x\Delta x$

位置エネルギー変化が負の場合を正とするから，

$W_{\mathrm{PR}}>0$ のとき，エネルギー変化は負，$W_{\mathrm{PR}}<0$ のとき，エネルギー変化は正，

よって，$W_{\mathrm{PR}}=-(U_{\mathrm{R}}-U_{\mathrm{P}})$ $\quad\therefore qE_x\Delta x=\dfrac{2qV_0}{a^2}x\Delta x$ $\quad\therefore E_x=\dfrac{2V_0}{a^2}x$

(C)

(8)

$F_x = qE_x - qv_y B$

$F_y = qE_y + qv_x B$

$F_z = qE_z$

(9)

x 軸方向の運動方程式

(8)より $F_x = qE_x - qv_y B$，(7)より $E_x = \dfrac{2V_0}{a^2}x$

よって，

$$F_x = \frac{2qV_0}{a^2}x - qv_y B = q\left(\frac{2V_0}{a^2}x - v_y B\right)$$

これより，x 軸方向の運動方程式に位置や速度の z 成分が含まれない。

y 軸方向の運動方程式

(8)より，$F_y = qE_y + qv_x B$

(B)において E_x を求めたのと同様にして，$E_y = \dfrac{2V_0}{a^2}y$

よって，$F_y = \dfrac{2qV_0}{a^2}y - qv_x B = q\left(\dfrac{2V_0}{a^2}y - v_x B\right)$

これより，y 軸方向の運動方程式に位置や速度の z 成分が含まれない。

z 軸方向の運動方程式

(8)より $F_z = qE_z$，(5)より $E_z = -\dfrac{2V_0}{a^2}z$　よって，$F_z = -\dfrac{2qV_0}{a^2}z$

これより，z 軸方向の運動方程式に位置や速度の x 成分，y 成分が含まれない。

(10)

荷電粒子の加速度の z 成分を α_z とすると，z 方向の運動方程式は $m\alpha_z = -\dfrac{2qV_0}{a^2}z$

よって，荷電粒子の運動の z 成分は，

振動中心 $z = 0$，周期 $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{\dfrac{2qV_0}{a^2}}} = \pi\sqrt{\dfrac{2ma^2}{qV_0}}$ の単振動運動である。

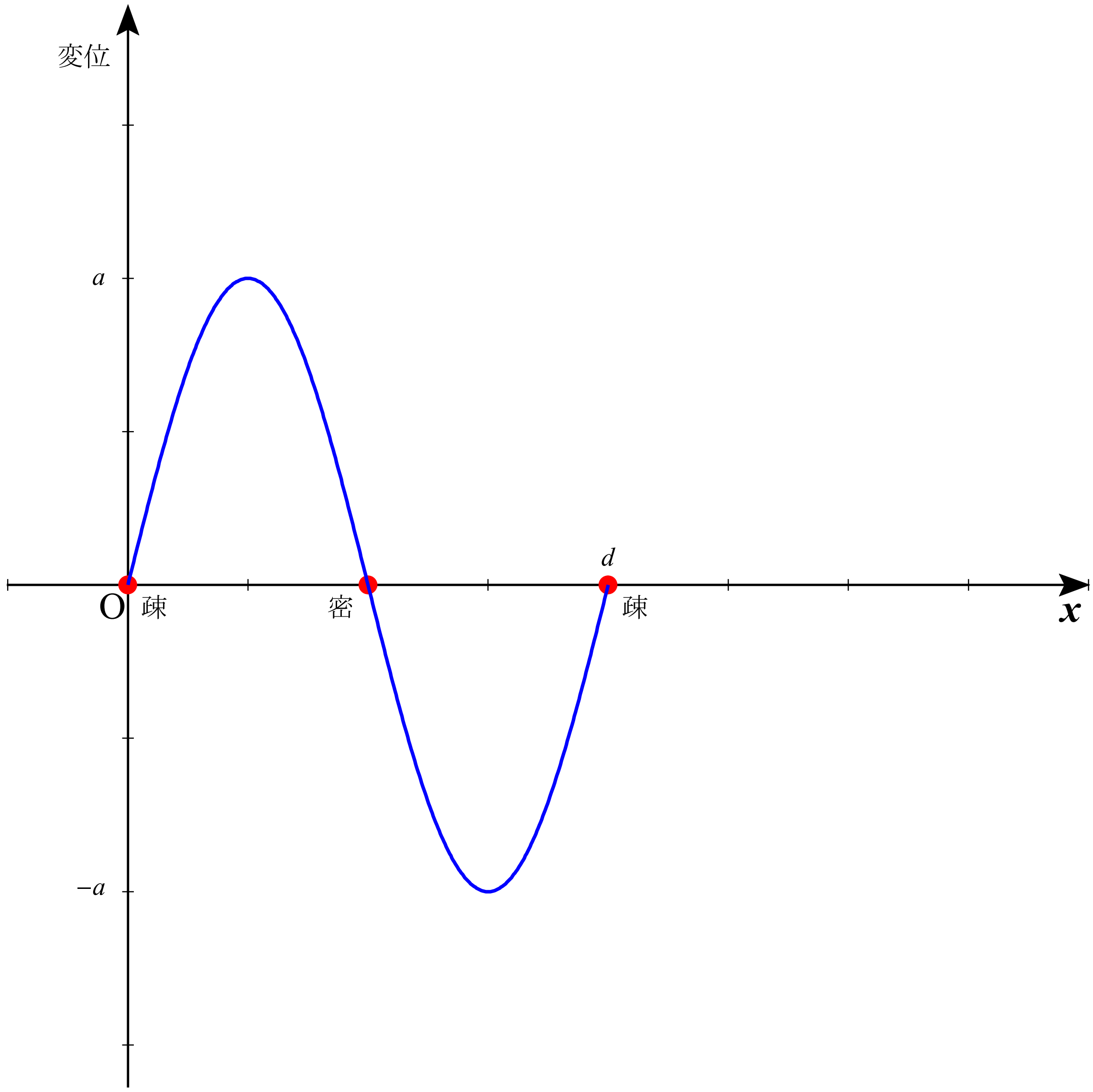
$$\therefore T^2 = \frac{2\pi^2 a^2}{V_0}\cdot\frac{m}{q}$$

$$\therefore \frac{q}{m} = \frac{2\pi^2 a^2}{V_0 T^2}$$ ・・・(答)

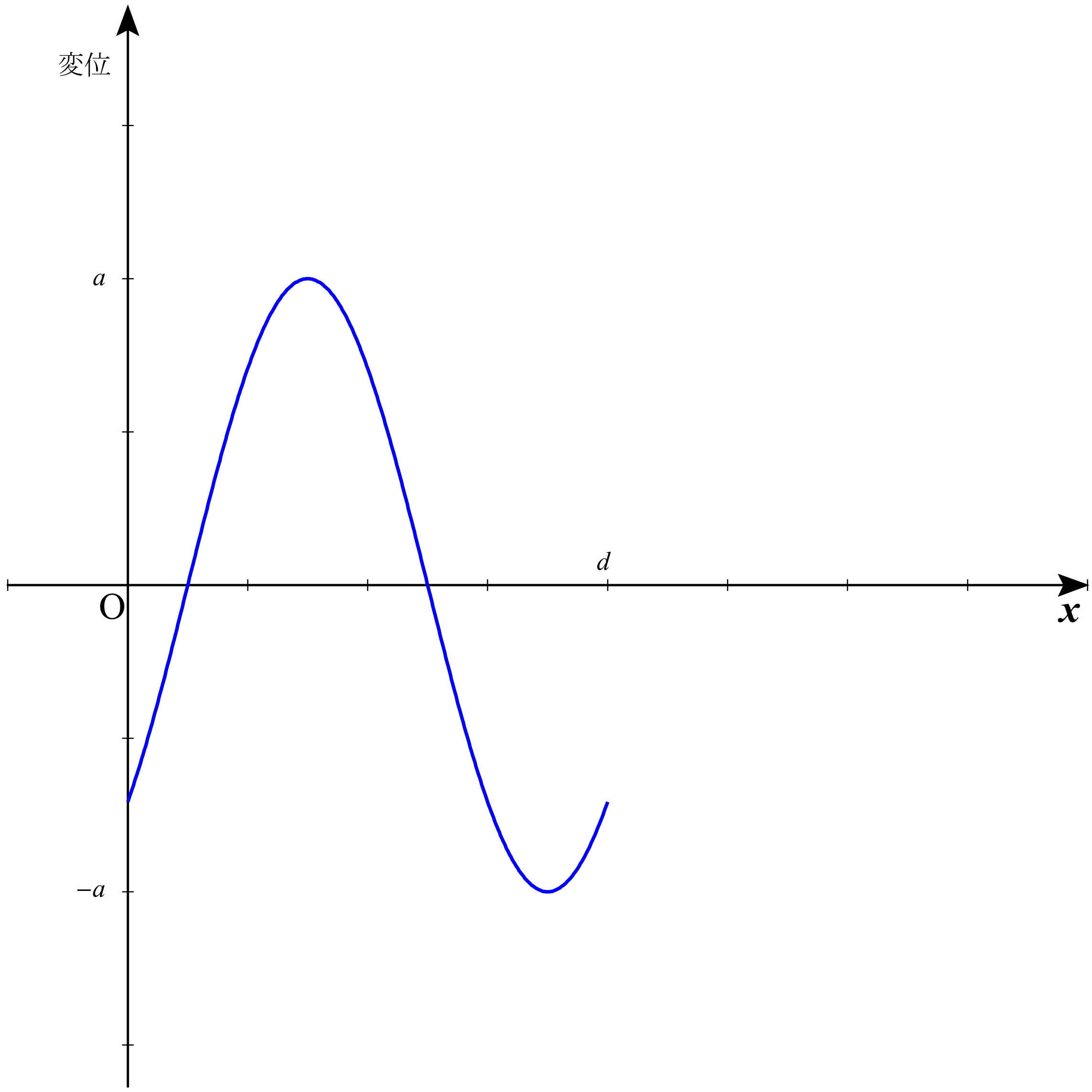
$\boxed{3}$

(A)

(1)



(2)



(3)

$x=0$ にある媒質の変位は，$t=\dfrac{1}{8f}$ のとき負だから，

$t=0$ からの変位は，$(0,0)\xrightarrow{\frac{1}{4f}}(0,-a)\xrightarrow{\frac{1}{4f}}(0,0)\xrightarrow{\frac{1}{4f}}(0,a)\xrightarrow{\frac{1}{4f}}(0,0)$

よって，1 周期の間で変位が a，すなわち座標が $(0,a)$ となる時刻は，$\dfrac{3}{4f}$ ・・・(答)

(B)

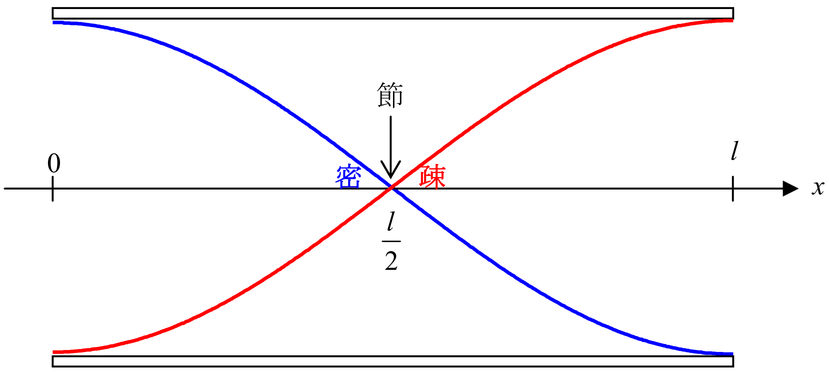
(4)

基本振動の波長をλ_1とすると，$\lambda_1 = 2l$より，$f_1 = \dfrac{v}{\lambda_1} = \dfrac{v}{2l}$ ・・・(答)

(5)

$x = \dfrac{l}{2}$

解説図

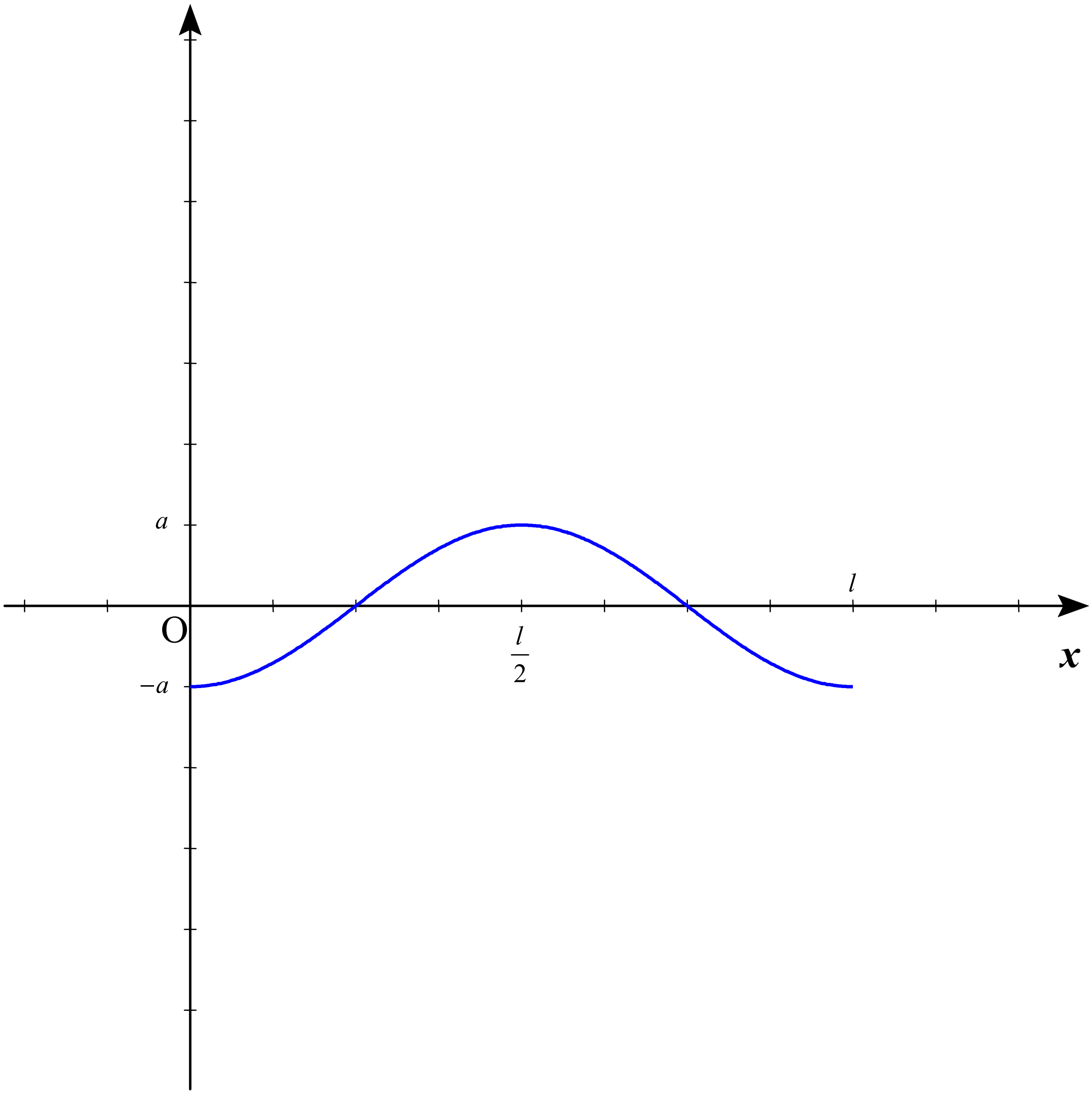


(6)

（ｉ）

(a)

条件に合う振動のうち振動数が一番小さいものは，2 倍振動

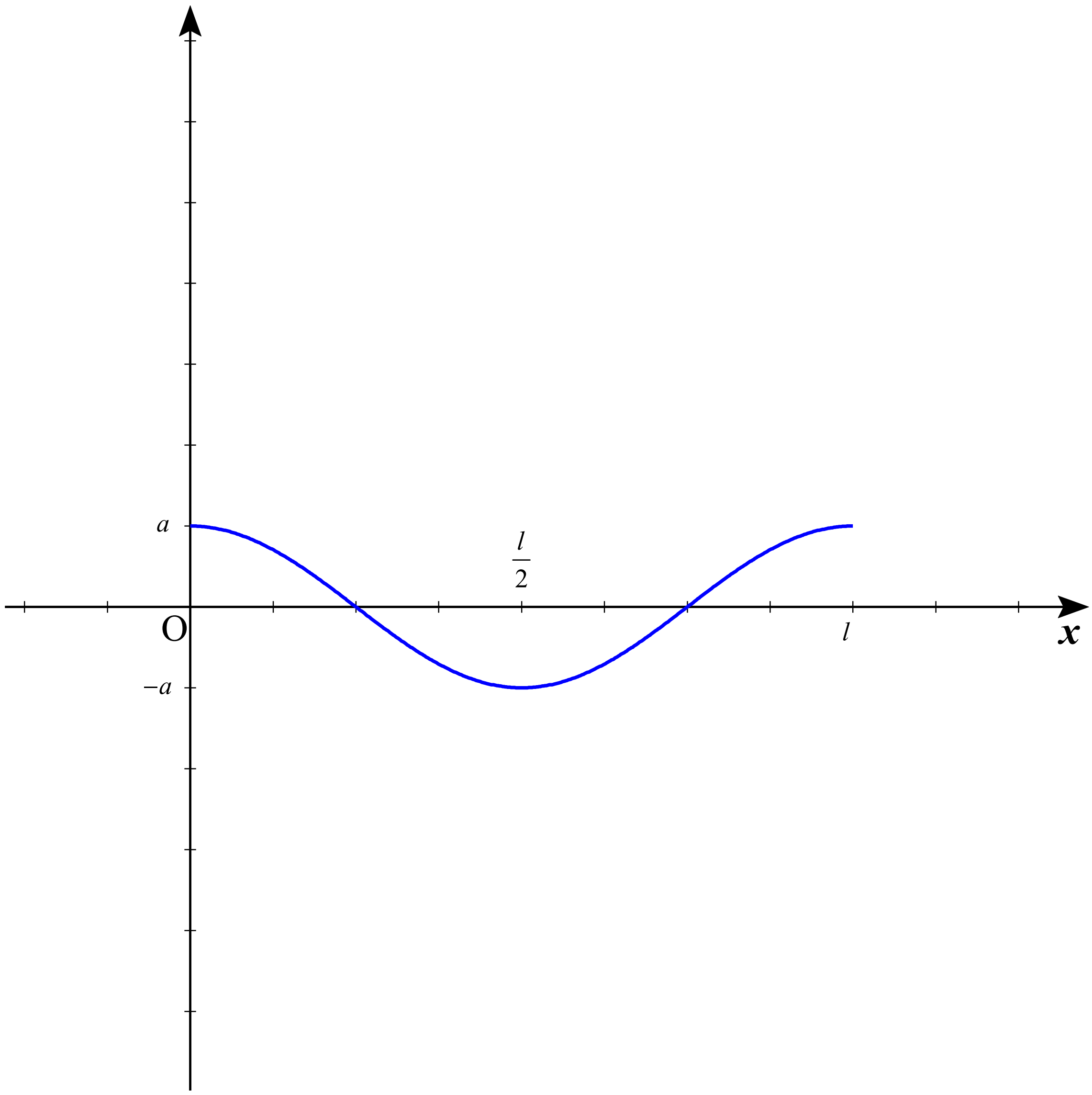


(b)

n 倍振動の波長を λ_n，周期を T_n とすると，$\lambda_n = \dfrac{2l}{n}$ より，$T_n = \dfrac{\lambda_n}{v} = \dfrac{2l}{nv}$

よって，基本振動の周期 $T_1 = \dfrac{2l}{v}$，2 倍振動の周期 $T_2 = \dfrac{l}{v}$

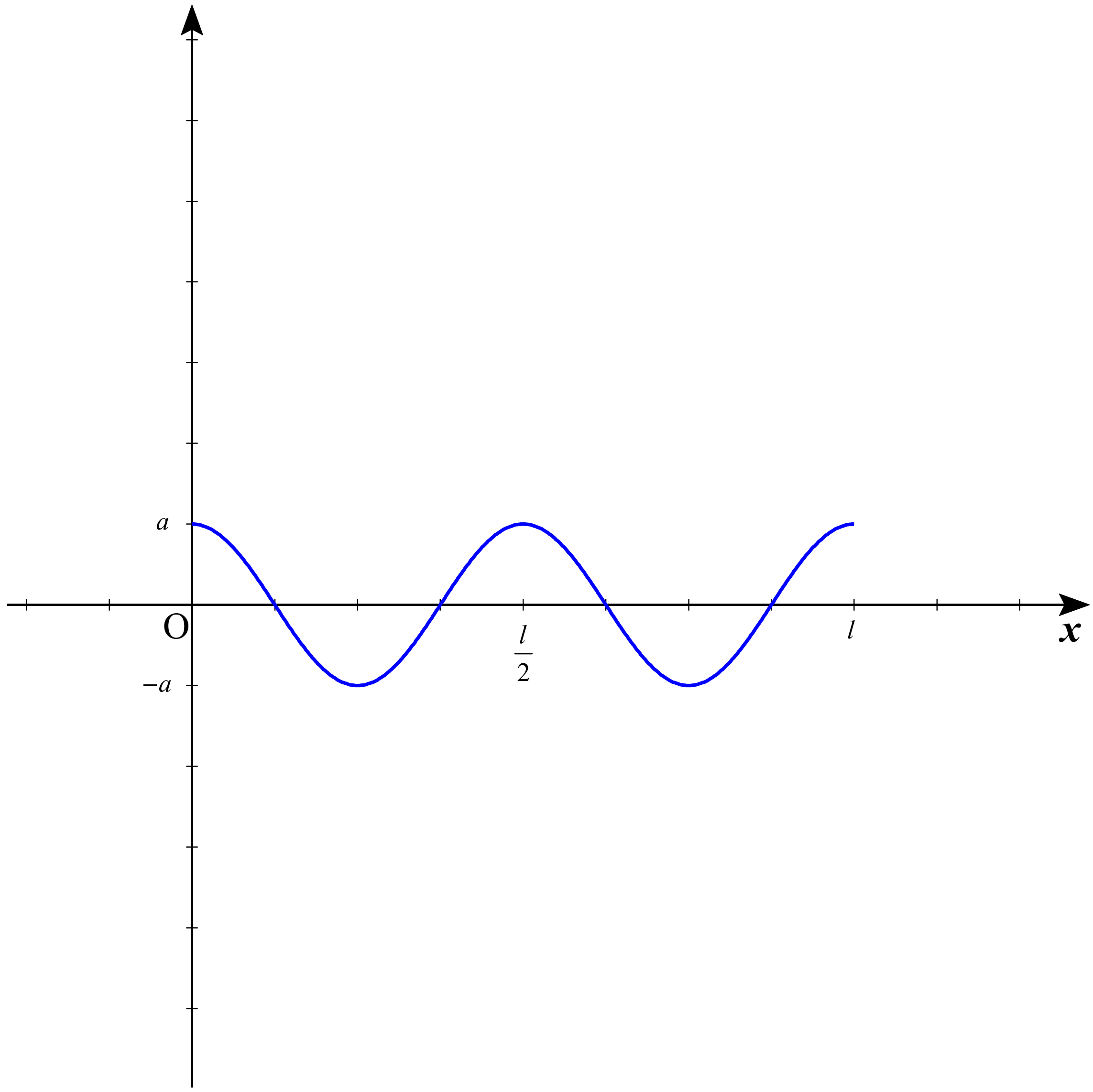
ゆえに，$t = 0$ から基本振動の $\dfrac{1}{4}$ 周期後，すなわち $\dfrac{T_1}{4} = \dfrac{l}{2v} = \dfrac{T_2}{2}$



（ⅱ）

(a)

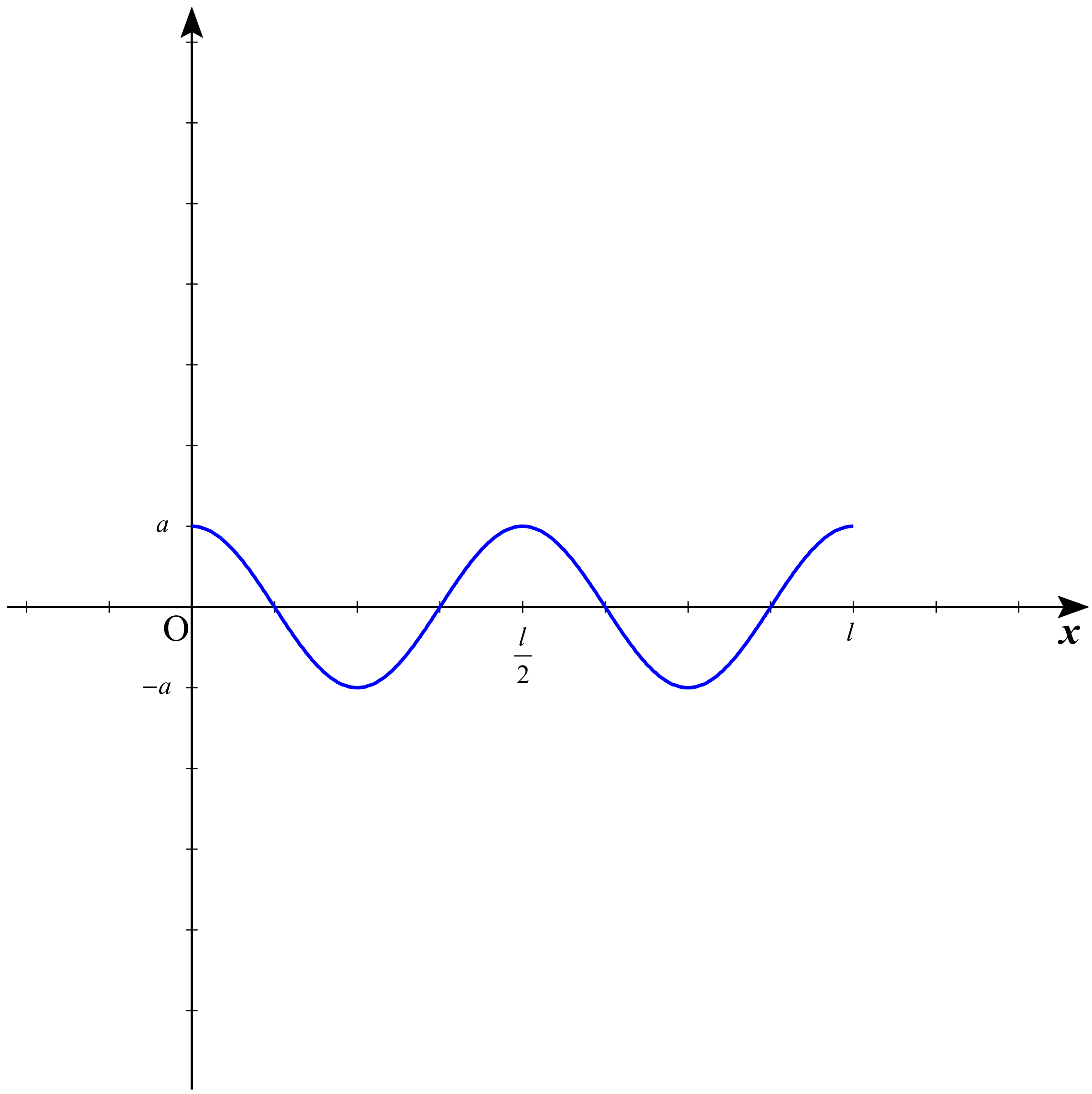
条件に合う振動のうち振動数が 2 番目に小さいものは，4 倍振動



(b)

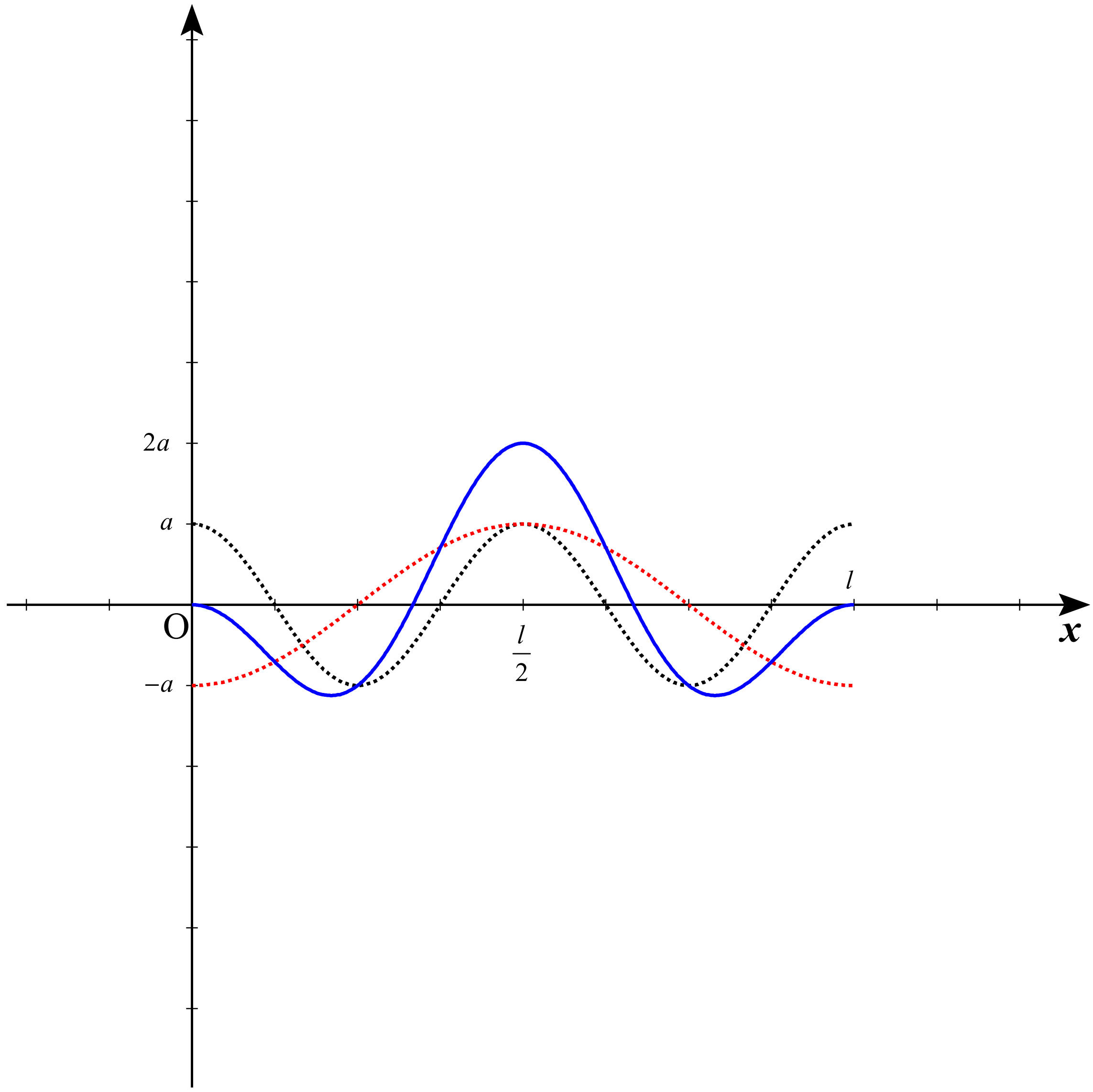
基本振動の周期 $T_1 = \dfrac{2l}{v}$，4 倍振動の周期 $T_4 = \dfrac{l}{2v}$

ゆえに，$t = 0$ から基本振動の $\dfrac{1}{4}$ 周期後，すなわち $\dfrac{T_1}{4} = \dfrac{l}{2v} = T_4$



（ⅲ）

(a)



(b)